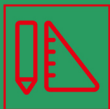


教育图书



功能学具



学生之家

基础教育行业专研品牌

30<sup>+</sup>年专注教育行业

# 全品学练考

主编 肖德好

练习册

高中数学

必修第二册 RJB

## 01

### 【课前预习】精炼呈现，使琐碎知识逻辑更清晰；诊断分析解决易错，排查知识陷阱

#### 课前预习

知识导学 素养初识

##### ◆ 知识点一 数乘向量的定义

一般地，给定一个实数  $\lambda$  与任意一个向量  $a$ ，规定它们的乘积是一个向量，记作  $\lambda a$ ，其中：

(1) 当  $\lambda \neq 0$  且  $a \neq 0$  时， $\lambda a$  的模为  $|\lambda||a|$ ，而且  $\lambda a$  的方向如下：

① 当  $\lambda > 0$  时，与  $a$  的方向 \_\_\_\_\_；

② 当  $\lambda < 0$  时，与  $a$  的方向 \_\_\_\_\_。

(2) 当  $\lambda = 0$  或  $a = 0$  时， $\lambda a =$  \_\_\_\_\_。

实数  $\lambda$  与向量  $a$  相乘的运算简称为数乘向量。

##### ◆ 知识点二 数乘向量的几何意义

1. 数乘向量的结果是一个 \_\_\_\_\_，这个向量与原来的向量 \_\_\_\_\_，即 \_\_\_\_\_。

2. 数乘向量的几何意义是，把向量沿着它的方向或反方向 \_\_\_\_\_。

##### ◆ 知识点三 数乘向量的应用

1. 当  $\lambda, \mu$  为实数， $a$  为向量时， $\lambda(\mu a) =$  \_\_\_\_\_。

2. 若存在实数  $\lambda$ ，使得 \_\_\_\_\_，则  $b \parallel a$ 。

【诊断分析】判断正误。(请在括号中打“√”或“×”)

(1) 两个具有公共终点的向量，一定是共线向量。 ( )

(2)  $\lambda a = 0$  ( $\lambda$  为实数)，则  $\lambda$  必为零。 ( )

(3)  $\lambda, \mu$  为实数，若  $\lambda a = \mu b$ ，则  $a$  与  $b$  共线。 ( )

## 02

### 【课中探究】采用分层式设计，通过题组、拓展形式凸显讲次重点

#### 课中探究

考点探究 素养小结

##### ◆ 探究点一 根式的概念与性质

例 1 (1) 已知函数  $f(x-1) = \sqrt[5]{(x-\pi)^5} + \pi$ ，则  $f(2) =$  \_\_\_\_\_ ( )

- A.  $2\pi-3$                       B.  $-3$   
C.  $3$                                 D.  $3-2\pi$

(2) 计算下列各式的值：

①  $\sqrt[4]{(-5)^2} =$  \_\_\_\_\_；②  $\sqrt[3]{(-6)^3} =$  \_\_\_\_\_。

(3) 若  $\sqrt[4]{\frac{1}{a-3}}$  有意义，则实数  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_。

变式 (1) (多选题) 下列结论正确的是 ( )

- A.  $\sqrt{(-3)^2} = -3$   
B.  $\sqrt[4]{x^4} = x$   
C. 对于  $a \in \mathbf{R}$ ， $(a^2+a+1)^0 = 1$  恒成立  
D.  $(a-b)^2 \cdot (b-a)^4 = (a-b)^6$

(2) 若  $a < \frac{1}{2}$ ，则  $\sqrt[4]{(2a-1)^4} =$  \_\_\_\_\_ ( )

- A.  $1+2a$                       B.  $1-2a$   
C.  $-1-2a$                       D.  $2a-1$

##### ◆ 探究点四 条件求值

例 4 (1) 已知  $3^x = 4$ ， $3^y = 2$ ，则  $3^{2x-y} =$  \_\_\_\_\_， $9^{2x-y} + 27^{x-y} =$  \_\_\_\_\_。

(2) 已知  $x+y=12$ ， $xy=9$ ，且  $x < y$ ，则  $\frac{x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}} =$  \_\_\_\_\_。

变式 (1) (多选题) 规定  $a, b$  之间的一种运算，记作  $(a, b)$ ，若  $a^c = b$ ，则  $(a, b) = c$ ，则下列结论正确的是 ( )

- A.  $(4, 6) = 2 \times (2, 3)$   
B.  $(2, 2) = 1$   
C.  $(4, 5) + (4, 6) = (4, 30)$   
D. 若  $a > 1, b > 1$ ，则  $(a, b) + (b, a) \geq 2$

(2) [2026·河南洛阳高一月考] 已知  $b > 0, 16^a = b^2 = 64$ ，则  $2a+b$  的值是 \_\_\_\_\_ ( )

- A. 3                      B. 8                      C. 11                      D. 14

##### 【素养小结】

解决此类问题时，先将所求的式子化简，再将已知条件代入。在化简过程中，要注意平方差公式及完全平方公式的灵活应用。

拓展 已知  $67^x = 27$ ， $603^y = 81$ ，则  $\frac{3}{x} - \frac{4}{y} =$  \_\_\_\_\_。

# 03

## 本章总结提升精选典型题和高考题, 提前对接高考

### ◆ 题型三 函数性质的综合应用

[类型总述] (1)判断与基本初等函数有关的函数的奇偶性;(2)基本初等函数的单调性判断及应用;(3)利用单调性比较大小.

#### 考向一 奇偶性与单调性问题

**例 3** (1)已知函数  $f(x) = \lg(x^2 - 4x - 5)$  在  $(a, +\infty)$  上单调递增, 则  $a$  的取值范围是 ( )  
 A.  $(2, +\infty)$                       B.  $[2, +\infty)$   
 C.  $(5, +\infty)$                       D.  $[5, +\infty)$

**变式** (1)[2026·天津北辰区高一月考] 已知函数  $y = \log_2(ax^2 - x)$  在区间  $(1, 2)$  上单调递增, 则  $a$  的取值范围为 ( )

- A.  $(0, \frac{1}{2}]$                               B.  $(1, +\infty)$   
 C.  $[\frac{1}{2}, +\infty)$                         D.  $[1, +\infty)$

#### 考向二 比较大小

**例 4** (1) 已知  $9^m = 10, a = 10^m - 11, b = 8^m - 9$ , 则 ( )

- A.  $a > 0 > b$                           B.  $a > b > 0$   
 C.  $b > a > 0$                           D.  $b > 0 > a$

(2) 设  $a = 3 \cdot 7^{-0.3}, b = 3 \cdot 7^{0.3}, c = \log_{3.7} 0.3$ , 则  $a, b, c$  的大小关系为 ( )

- A.  $a < b < c$                           B.  $a < c < b$   
 C.  $c < a < b$                           D.  $c < b < a$

**变式** (1)[2025·江苏连云港高一期末] 下列说法中错误的是 ( )

- A.  $2 \cdot 2^{\frac{1}{2}} < 2 \cdot 3^{\frac{1}{2}}$   
 B.  $(-\frac{1}{2})^{-2} < (-\frac{1}{3})^{-2}$   
 C.  $1 \cdot 2^{-\frac{1}{2}} > 1 \cdot 3^{-\frac{1}{2}}$   
 D.  $(-0.63)^3 < (-0.64)^3$

# 04

## 科学分层设置作业, 注重难易比例分配, 兼顾基础性和综合性应用

### 基础巩固

1. [2025·江苏沙溪高级中学高一月考] 计算:  $(2a-b) - (a-2b) =$  ( )  
 A.  $a+b$                               B.  $a-3b$   
 C.  $3a+3b$                           D.  $3a-b$

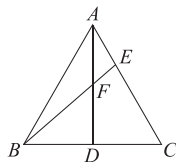
### 综合提升

\*10. 已知  $M$  是  $\triangle ABC$  内一点,  $\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC} = \mathbf{0}$ , 记  $\triangle MBC$  的面积为  $S_1$ ,  $\triangle ABC$  的面积为  $S_2$ , 则  $\frac{S_2}{S_1} =$  ( )  
 A. 3                                      B. 4                                      C. 6                                      D. 8

### 思维探索

\*15. (多选题) 如图, 在等边三角形  $ABC$  中,  $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{EC} = 2\overrightarrow{AE}, AD$  与  $BE$  交于点  $F$ , 则下列结论正确的是 ( )

- A.  $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$   
 B.  $\overrightarrow{BE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$   
 C.  $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$   
 D.  $\overrightarrow{BF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$



# 05

## 精选试题, 穿插设置滚动习题, 无缝对接阶段性复习巩固

### ► 滚动习题 (四)

范围 5.1

(时间: 45 分钟 分值: 100 分)

一、单项选择题: 本大题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分.

1. [2025·成都金牛区实外高级中学高一月考] 学校组织知识竞赛, 某班 8 名学生的成绩(单位: 分) 分别是 65, 60, 75, 78, 86, 84, 90, 94, 则这 8 名学生成绩的 75% 分位数是 ( )  
 A. 88 分                              B. 84 分  
 C. 85 分                              D. 90 分

二、多项选择题: 本大题共 2 小题, 每小题 6 分, 共 12 分.

7. [2025·四川广安友谊中学高一月考] 已知数据  $x_1, x_2, \dots, x_6$  的平均数为 10, 方差为 1, 且  $y_i = 2x_i + 4 (i=1, 2, \dots, 6)$ , 则下列说法正确的是 ( )  
 A. 数据  $y_1, y_2, \dots, y_6$  的方差为 4  
 B. 数据  $y_1, y_2, \dots, y_6$  的平均数为 24  
 C. 数据  $x_1, x_2, \dots, x_6, 10$  的平均数为 10, 方差大于 1  
 D. 若数据  $x_1, x_2, \dots, x_6$  的中位数为  $m$ , 75% 分位数为  $n$ , 则  $m \leq n$

# CONTENTS 目录

## 04 第四章 指数函数、对数函数与幂函数

PART FOUR

4.1 指数与指数函数	001
4.1.1 实数指数幂及其运算	001
4.1.2 指数函数的性质与图象	003
第1课时 指数函数的性质与图象	003
第2课时 指数函数的性质与图象的应用	005
滚动习题(一) [范围 4.1]	007
4.2 对数与对数函数	009
4.2.1 对数运算	009
4.2.2 对数运算法则	011
4.2.3 对数函数的性质与图象	013
第1课时 对数函数的性质与图象	013
第2课时 对数函数的图象及其性质的应用	015
4.3 指数函数与对数函数的关系	017
滚动习题(二) [范围 4.1~4.3]	019
4.4 幂函数	021
4.5 增长速度的比较	023
4.6 函数的应用(二)	025
滚动习题(三) [范围 4.4~4.6]	027

## 05 第五章 统计与概率

PART FIVE

5.1 统计	029
5.1.1 数据的收集	029
5.1.2 数据的数字特征	031
第1课时 最值、平均数、中位数、百分位数	031
第2课时 众数、极差、方差与标准差	033
5.1.3 数据的直观表示	035
第1课时 柱形图、折线图、扇形图、茎叶图	035
第2课时 频数分布直方图与频率分布直方图	038
5.1.4 用样本估计总体	041
第1课时 用样本的数字特征估计总体的数字特征	041
第2课时 用样本的分布来估计总体的分布	044
滚动习题(四) [范围 5.1]	047

5.3 概率	050
5.3.1 样本空间与事件	050
5.3.2 事件之间的关系与运算	052
5.3.3 古典概型	054
第1课时 古典概型	054
第2课时 古典概型的应用	056
5.3.4 频率与概率	058
5.3.5 随机事件的独立性	060
5.4 统计与概率的应用	062
🔊 滚动习题(五) [范围 5.3~5.4]	065

## 06 第六章 平面向量初步

PART SIX

6.1 平面向量及其线性运算	067
6.1.1 向量的概念	067
6.1.2 向量的加法	069
6.1.3 向量的减法	071
6.1.4 数乘向量	073
6.1.5 向量的线性运算	075
🔊 滚动习题(六) [范围 6.1]	077
6.2 向量基本定理与向量的坐标	079
6.2.1 向量基本定理	079
6.2.2 直线上向量的坐标及其运算	081
6.2.3 平面向量的坐标及其运算	083
第1课时 平面向量的坐标表示和运算	083
第2课时 向量平行的坐标表示	085
6.3 平面向量线性运算的应用	087
🔊 滚动习题(七) [范围 6.2~6.3]	089

◆ 导学案 [单独成册 P139~P240]

◆ 参考答案(练习册) [单独成册 P091~P138]

参考答案(导学案) [单独成册 P241~P272]

本书精选带★题目,助力学生规避易错、掌握方法、总结结论

## 测 评 卷

单元素养测评卷(一) [第四章]	卷 01
单元素养测评卷(二) [第五章]	卷 03
单元素养测评卷(三) [第六章]	卷 05
模块素养测评卷(一)	卷 07
模块素养测评卷(二)	卷 09
参考答案	卷 11

## 第四章 指数函数、对数函数与幂函数

### 4.1 指数与指数函数

#### 4.1.1 实数指数幂及其运算

##### 基础巩固

1. [2025·江苏徐州中学高一月考] 已知  $a > 0, n \geq 2$  且  $n \in \mathbf{N}^*$ , 则下列三个等式正确的个数为 ( )

①  $a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{6}}$ ; ②  $\sqrt[n]{a^n} = a$ ; ③  $a^{-\frac{1}{n}} = \left(\frac{1}{a}\right)^{-n}$ .

A. 0      B. 1      C. 2      D. 3

2. 若  $k$  为正整数, 则  $(\underbrace{k+k+\cdots+k}_k)^k =$  ( )

A.  $k^{2k}$       B.  $k^{2k+1}$   
C.  $2k^k$       D.  $k^{2+k}$

3.  $(3-2x)^{-\frac{3}{4}} + (x-1)^0$  中  $x$  的取值范围是 ( )

A.  $(-\infty, +\infty)$   
B.  $(-\infty, \frac{3}{2}) \cup (\frac{3}{2}, +\infty)$

C.  $(-\infty, 1) \cup (1, \frac{3}{2})$

D.  $(\frac{3}{2}, +\infty)$

4. 已知  $3^a = 2, 9^b = 36$ , 则  $a - b =$  ( )

A.  $\frac{1}{18}$       B.  $-\frac{1}{18}$   
C. 1      D. -1

5. [2026·广东茂名高一期末] 若  $m - 2n = 1$ , 则

$\frac{4^n}{\sqrt[3]{8^m}} =$  ( )

A. 1      B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       C.  $\frac{1}{2}$       D.  $\sqrt{2}$

6. (多选题) [2026·四川南充高级中学高一月考]

已知  $xy \neq 0$ , 且  $\sqrt{9x^2y^4} = -3xy^2$ , 则下列结论可能正确的是 ( )

A.  $x > 0, y > 0$       B.  $x < 0, y < 0$   
C.  $x > 0, y < 0$       D.  $x < 0, y > 0$

7. (多选题) 已知  $a > 0, m, n$  是正整数, 且  $n > 1$ , 则下列各式中正确的是 ( )

A.  $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

B.  $a^0 = 1$

C.  $a^{-\frac{m}{n}} = -\sqrt[n]{a^m}$

D.  $\sqrt[n]{a^n} = a$

8. 设  $a > 0$ , 用有理数指数幂的形式表示  $a^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt[5]{a^3} =$  \_\_\_\_\_.

9. 方程  $2^{-x+2} = 4^{3x}$  的解集为 \_\_\_\_\_.

10. (13分) (1) 已知  $2^m = 6, 2^n = 3$ , 求  $2^{\frac{2m-3n}{2}}$  的值;

(2) 已知  $a^{\frac{1}{2}} - a^{-\frac{1}{2}} = 1$ ,  $a$  为正实数, 求  $(a^{\frac{3}{2}} - a^{-\frac{3}{2}})(a + a^{-1} - 5)$  的值.

**综合提升**

\*11. 若代数式  $\sqrt{2x-1} + \sqrt{2-x}$  有意义, 则

- $\sqrt{4x^2-4x+1} + 2\sqrt[4]{(x-2)^4} =$  ( )
- A. 2                                      B. 3  
C.  $2x-1$                                 D.  $x-2$

12. 根式  $\frac{\sqrt{a}\sqrt{a}\sqrt{a}}{a}$  化为分数指数幂的形式为 ( )

- A.  $a^{-\frac{1}{8}}$                                     B.  $a^{\frac{1}{8}}$   
C.  $a^{-\frac{7}{8}}$                                     D.  $a^{-\frac{3}{4}}$

13. 已知  $a^{2x} = m$  ( $m > 0$  且  $m \neq 1$ ), 则  $\frac{a^{3x} - a^{-3x}}{a^x - a^{-x}} =$  \_\_\_\_\_ . (用  $m$  表示)

14. (13分)[2026·长沙高一月考] 化简求值:

- (1) 已知  $y^x = \sqrt{3} + 1$ , 求  $\frac{y^{2x} - y^{-2x}}{y^x + y^{-x}}$  的值;
- (2) 已知  $5^m + 5^n = 7, 5^{m+n} = 6$ , 求  $\frac{5^{2m} + 5^{2n} - 2}{5^{-m} + 5^{-n} + 2}$  的值.

**思维探索**

\*15. 若  $a+b = m^{\frac{1}{3}}, ab = \frac{1}{6}m^{\frac{2}{3}}$  ( $m > 0$ ), 则  $a^3 + b^3 =$  ( )

- A. 0                                        B.  $\frac{m}{2}$   
C.  $-\frac{m}{2}$                                     D.  $\frac{3m}{2}$

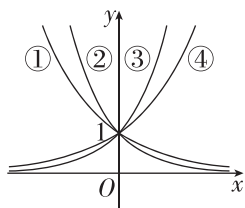
16. (15分) 对于正整数  $a, b, c$  ( $a \leq b \leq c$ ) 和非零实数  $x, y, z, w$ , 若  $a^x = b^y = c^z = 70^w \neq 1, \frac{1}{w} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ , 求  $a, b, c$  的值.

## 4.1.2 指数函数的性质与图象

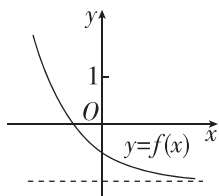
### 第1课时 指数函数的性质与图象

#### 基础巩固

- [2026·天津河西高一期末] 若函数  $f(x) = (2a^2 - 3a + 2) \cdot a^x$  是指数函数, 则  $a$  的值为 ( )  
A. 2                      B. 1  
C. 1 或  $\frac{1}{2}$               D.  $\frac{1}{2}$
- 函数  $y = a^x + 1 (a > 0$  且  $a \neq 1)$  的图象必过点 ( )  
A. (0, 1)                B. (1, 0)  
C. (2, 1)                D. (0, 2)
- 函数  $y = 3^x$  与  $y = -3^{-x}$  的图象关于 ( )  
A.  $x$  轴对称  
B.  $y$  轴对称  
C. 直线  $y = x$  对称  
D. 原点对称
- [2026·福州高一期末] 如图, 曲线①②③④中有 3 条分别是函数  $y = 2^x, y = 3^x, y = (\frac{1}{3})^x$  的图象, 其中曲线①与④关于  $y$  轴对称, 曲线②与③关于  $y$  轴对称, 则  $y = (\frac{1}{3})^x$  的图象是曲线 ( )



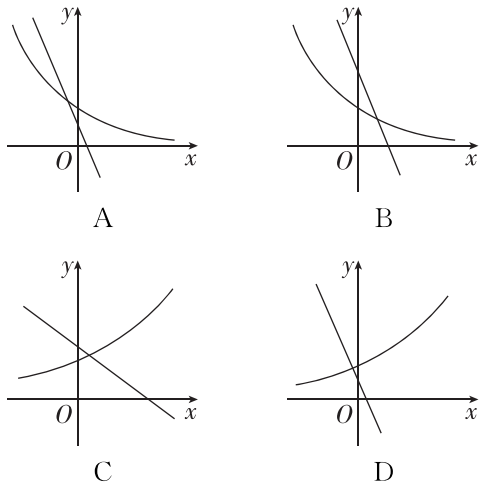
- A. ①                      B. ②  
C. ③                      D. ④
- [2026·西安高一月考] 已知函数  $f(x) = a^x - b (a > 0, \text{且 } a \neq 1)$  的图象如图所示, 则下列结论正确的是 ( )



- A.  $a > 1$   
B.  $0 < b < 1$   
C.  $2^{b-a} < 1$   
D.  $g(x) = b^x - a$  的图象不经过第四象限
- (多选题)[2026·山东潍坊高一月考] 若  $2^a = 6^b$ , 则  $a, b$  的大小关系可能为 ( )  
A.  $a > b > 0$               B.  $b > a > 0$   
C.  $a < b < 0$               D.  $b < a < 0$
  - (多选题)下列结论中正确的是 ( )  
A. 函数  $y = 2^{x-1}$  的定义域为  $\mathbf{R}$   
B. 函数  $y = ax^2 + 1 (a > 1)$  的值域是  $[1, +\infty)$   
C. 若  $a^m > a^n (a > 0, a \neq 1)$ , 则  $m > n$   
D. 函数  $f(x) = 2^x \cdot 3^x$  为指数函数
  - 设  $a \in \mathbf{R}$ , 若函数  $f(x) = (a-1)^x$  是指数函数, 且  $f(1) < f(2)$ , 则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
  - 已知  $a = 3^{-1.1}, b = \pi^0, c = 3^{0.9}$ , 则  $a, b, c$  的大小关系为\_\_\_\_\_.
  - (13分)通过图象比较以下函数的①单调性; ②值域、定义域; ③奇偶性; ④定点.  
(1)函数  $y = 3 \cdot a^x$  与  $y = a^x$ ;  
(2)函数  $y = -2 \cdot a^x$  与  $y = a^x$ .

**综合提升**

11. [2026·广西桂林高一期中] 当  $-2 < a < -1$  时, 函数  $y = (a+3)^x$  与函数  $y = (a+1)x + a + 3$  在同一坐标系内的图象可能是 ( )



12. (多选题)[2026·成都高一期末] 已知  $f(x) = 2^x$ ,  $g(x) = 2x$ , 则下列说法正确的是 ( )
- A.  $f(x)$  与  $g(x)$  的图象有两个公共点
  - B.  $f(x) > g(x)$  的解集为  $(-\infty, 1)$
  - C.  $f(x) < g(x)$  的解集为  $(1, 2)$
  - D.  $y = |f(x) - g(x)|$  有最大值和最小值
13. [2025·成都金堂中学高一月考] 已知函数  $f(x) = e^x - e^{-x} + x + 2$ , 若  $f(a+2) + f(1-2a^2) < 4$ , 则  $a$  的取值范围为\_\_\_\_\_.
14. (13分) 已知函数  $f(x) = \frac{1}{2^x - 1} + \frac{1}{2}$ .

- (1) 求  $f(x)$  的定义域;
- (2) 讨论  $f(x)$  的奇偶性.

**思维探索**

15. 已知  $b > a > 0, 0 < \omega < 1$ , 则下列不等式一定成立的是 ( )
- A.  $a^\omega < a$
  - B.  $b^\omega > b$
  - C.  $a^\omega b^{1-\omega} < a$
  - D.  $a^\omega b^{1-\omega} < b$
16. (15分) 已知函数  $f(x) = \frac{1}{2^x} + \frac{1}{x^3}$ , 则不等式  $f(m^2 - \frac{3}{2}m) < \frac{3}{2}$  的解集为\_\_\_\_\_.

## 第2课时 指数函数的性质与图象的应用

### 基础巩固

1. 若函数  $f(x)$  的定义域为  $(\frac{1}{3}, 1]$ , 则函数  $f(3^x)$  的定义域为 ( )  
 A.  $(0, 1]$                       B.  $[0, 1]$   
 C.  $(-1, 0]$                       D.  $[-1, 0]$
2. 使不等式  $9^{2x-1} < 3^{\frac{3}{2}}$  成立的  $x$  的取值范围是 ( )  
 A.  $(-\infty, \frac{7}{8})$                       B.  $(-\infty, \frac{3}{4})$   
 C.  $(\frac{7}{8}, +\infty)$                       D.  $(\frac{3}{4}, +\infty)$
3. [2026·杭州高一期末] 函数  $f(x) = 2a^{x-1} - 1$  ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ ) 的图象过定点 ( )  
 A.  $(1, 1)$                           B.  $(1, -1)$   
 C.  $(0, 1)$                           D.  $(2, 2a - 1)$
4. 函数  $f(x) = (\frac{1}{3})^{x^2 - 2x}$  的值域为 ( )  
 A.  $(0, 1)$                           B.  $(0, 3)$   
 C.  $(0, 3]$                           D.  $(3, +\infty)$
5. 若关于  $x$  的方程  $(\frac{1}{3})^{|x|} = k$  有两个不等实根, 则实数  $k$  的取值范围为 ( )  
 A.  $(0, 1)$   
 B.  $(-1, 0)$   
 C.  $(-\infty, -1)$   
 D.  $(1, +\infty)$
6. 已知函数  $f(x) = m \cdot 4^x - 2^x$ , 若存在非零实数  $x_0$ , 使得  $f(-x_0) = f(x_0)$  成立, 则实数  $m$  的取值范围是 ( )  
 A.  $(0, \frac{1}{2})$                           B.  $(0, 2)$   
 C.  $[\frac{1}{2}, +\infty)$                       D.  $[2, +\infty)$
- ★7. (多选题) 若不等式  $m \cdot 2^x < 2x + 2$  对一切的  $m \in [1, 2]$  恒成立, 则实数  $x$  的值可能是 ( )  
 A.  $\frac{1}{30}$                                   B.  $2^{0.1}$   
 C.  $3^{-0.2}$                                 D.  $\frac{3}{5}$

8. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} 2^x, & x \geq 0, \\ -(\frac{1}{2})^x, & x < 0, \end{cases}$  若  $f(a) < f(6-a)$ , 则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

9. 设函数  $f(x) = \begin{cases} 2^{-x}, & x \leq 0, \\ 1, & x > 0, \end{cases}$  则满足  $f(x+1) < f(2x)$  的  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

10. (13分) 某地为践行绿水青山就是金山银山的理念, 大力开展植树造林. 假设一片森林原来的面积为  $a$  亩, 计划每年种植一些树苗, 且森林面积的年增长率相同, 当面积是原来的 3 倍时, 所用时间是 10 年.

(1) 求森林面积的年增长率;

(2) 到今年为止, 森林面积为原来的  $\sqrt{3}$  倍, 则该地已经植树造林多少年?

**综合提升**

11. 已知函数  $f(x) = -2\left(\frac{1}{2}\right)^{|x|} + a$ , 其图象无限接近直线  $y=1$  但又不与该直线相交, 则  $f(x) > \frac{1}{2}$  的解集为 ( )

- A.  $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$
- B.  $(-2, 2)$
- C.  $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
- D.  $(-1, 1)$

12. [2026·成都高一月考] 函数  $f(x) = 4^x - 2^{x+2} + 5$  在区间  $[0, 2]$  上的最小值为 ( )

- A. 5      B. 4      C. 2      D. 1

13. 已知函数  $f(x) = 2^x, g(x) = x^2 + 2x + b$ , 若对任意的  $x_1 \in [1, 2]$ , 总存在  $x_2 \in [-1, b] (b > -1)$ , 使得  $f(x_1) = g(x_2)$  成立, 则实数  $b$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

14. (15分)[2026·贵州毕节高一期末] 已知函数

$$f(x) = \frac{3^x - 1}{m \cdot 3^x + 1} \text{ 是奇函数.}$$

- (1) 求  $m$  的值;
- (2) 用定义证明函数  $f(x)$  在  $\mathbf{R}$  上是增函数;
- (3) 若对任意的  $x \in \mathbf{R}$ , 不等式  $f(2x) + f(x^2 - k) > 0$  恒成立, 求实数  $k$  的取值范围.

**思维探索**

\*15. (多选题) 已知正数  $x, y, z$  满足  $x^3 = y^4 = z^5$ , 则  $x, y, z$  的大小关系可能是 ( )

- A.  $x < z < y$
- B.  $x < y < z$
- C.  $y < x < z$
- D.  $z < y < x$

16. (15分)“函数  $y=f(x)$  的图象关于坐标原点成中心对称图形”的充要条件是“函数  $y=f(x)$  为奇函数”, 可以将其推广为:“函数  $y=f(x)$  的图象关于点  $P(a, b)$  成中心对称图形”的充要条件是“函数  $y=f(x+a)-b$  为  $y$  关于  $x$  的奇函数”.

给定函数  $f(x) = \frac{1}{3^x + 1}$ .

- (1) 求  $f(x)$  的图象的对称中心;
- (2) 已知函数  $g(x) = -x^2 + mx$ , 若对任意的  $x_1 \in [-1, 1]$ , 总存在  $x_2 \in [1, +\infty)$ , 使得  $g(x_1) \leq f(x_2)$ , 求实数  $m$  的取值范围.



# 滚动习题(一)

范围 4.1

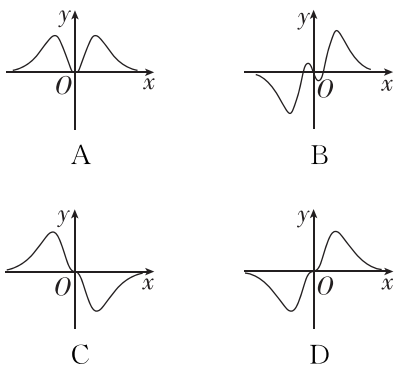
(时间:45分钟 分值:100分)

一、单项选择题:本大题共6小题,每小题5分,共30分.

1.  $\sqrt{25^3} \times \left(\frac{25}{4}\right)^{-\frac{3}{2}} =$  ( )

- A. 4      B. 8      C.  $\frac{125}{8}$       D.  $\frac{8}{125}$

2. 函数  $f(x) = \frac{2x^3}{2^x + 2^{-x}}$  的大致图象是 ( )



3. 已知集合  $A = \{x \mid -5 < 2^x < 5\}$ ,  $B = \{-1, 0, 2, 3\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )

- A.  $\{-1, 0\}$       B.  $\{0, 2\}$   
C.  $\{-1, 0, 2\}$       D.  $\{-1, 0, 2, 3\}$

4. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} (a-1)^x, & x \leq \frac{1}{2}, \\ x + \frac{a}{x} - 2, & x > \frac{1}{2} \end{cases}$  ( $a > 1$ ) 的值域

为  $D$ ,  $D \subseteq \left[\frac{2}{3}, +\infty\right)$ , 则  $a$  的取值范围是 ( )

- A.  $(1, 2)$       B.  $(2, 3)$   
C.  $\left(1, \frac{16}{9}\right]$       D.  $\left[\frac{16}{9}, 2\right)$

5. 若  $a = \pi^{-2}$ ,  $b = a^a$ ,  $c = a^{a^a}$ , 则  $a, b, c$  的大小关系为 ( )

- A.  $c > b > a$       B.  $b > c > a$   
C.  $b > a > c$       D.  $a > b > c$

6. 对于给定的正数  $k$ , 定义函数  $f_k(x) =$

$$\begin{cases} f(x), & f(x) \leq k, \\ k, & f(x) > k. \end{cases}$$

若对于函数  $f(x) = 2^{\sqrt{-x^2+x+2}}$

的定义域内的任意实数  $x$ , 恒有  $f_k(x) = f(x)$ , 则 ( )

- A.  $k$  的最大值为 1  
B.  $k$  的最小值为 1  
C.  $k$  的最大值为  $2\sqrt{2}$   
D.  $k$  的最小值为  $2\sqrt{2}$

二、多项选择题:本大题共2小题,每小题6分,共12分.

7. 已知函数  $f(x) = \frac{3^x + 1}{3^x - 1}$ , 则下列结论正确的是 ( )

- A. 函数  $f(x)$  的定义域为  $\mathbf{R}$   
B. 函数  $f(x)$  的值域为  $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$   
C.  $f(x) + f(-x) = 0$   
D. 函数  $f(x)$  为减函数

8. 已知函数  $f(x) = 2^{-x^2 - 2ax}$  ( $a \in \mathbf{R}$ ), 则 ( )

- A. 若  $f(x)$  是偶函数, 则  $a = 0$   
B. 无论  $a$  取何值,  $f(x)$  都不可能是奇函数  
C.  $f(x)$  在  $[-a, +\infty)$  上单调递减  
D.  $f(x)$  的最大值小于 1

三、填空题:本大题共3小题,每小题5分,共15分.

9. [2026·银川一中高一期末] 已知函数  $f(x) = x^2 + 1$ ,  $g(x) = 2^x - a$ , 若对任意  $x_1 \in [0, 3]$ , 存在  $x_2 \in [1, 4]$ , 使得  $f(x_1) \geq g(x_2)$ , 则实数  $a$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

10. 方程  $|3^x - 1| + |3^x - 3| = 2$  的解集为\_\_\_\_\_.

11. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 5x, & x \geq 0, \\ -\pi^x + 1, & x < 0, \end{cases}$  若  $f(x) \geq kx$ , 则  $k$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

班级
姓名
答题区
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11

四、解答题：本大题共 3 小题，共 43 分.

12. (13 分)[2025·江苏南通高一期末] (1) 计算：

$$\sqrt[3]{(-4)^3} - \left(\frac{1}{2}\right)^0 + 0.25^{\frac{1}{2}};$$

(2) 化简： $4a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{3}} \div \left(-\frac{2}{3}a^{-\frac{1}{3}}b^{-\frac{2}{3}}\right) (a, b > 0)$ ;

(3) 已知  $x^{\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}} = 2$ , 求  $\frac{x+x^{-1}}{x^2+x^{-2}}$  的值.

13. (15 分)[2025·长春高一期末] 已知函数  $f(x) = a^x + b (a > 0, \text{且 } a \neq 1)$ .

(1) 若函数  $f(x)$  的图象过  $(0, 2)$  和  $(2, 10)$  两点, 求  $f(x)$  在  $[0, 1]$  上的取值范围;

(2) 若  $0 < a < 1$ , 且函数  $f(x)$  在  $[2, 3]$  上的最大值比最小值大  $\frac{a^2}{2}$ , 求  $a$  的值.

14. (15 分) 已知函数  $g(x) = \frac{4}{1+a^x} - 2 (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$ .

(1) 设  $g(x)$  的图象恒过点  $A$ , 求点  $A$  的坐标;

(2) 试判断  $g(x)$  的奇偶性, 并说明理由;

(3) 当  $a = 2$  时, 不等式  $3g(x) < k$  对  $x \in [-1, 1]$  恒成立, 求  $k$  的取值范围.

## 4.2 对数与对数函数

### 4.2.1 对数运算

#### 基础巩固

1. 若  $a=b^2$  ( $b>0$  且  $b\neq 1$ ), 则有 ( )  
A.  $\log_2 a=b$                       B.  $\log_2 b=a$   
C.  $\log_b a=2$                       D.  $\log_b 2=a$
2. [2025·北京大兴区高一期末] 方程  $\log_2 x^2=1$  的解集为 ( )  
A.  $\{1\}$                               B.  $\{-1, 1\}$   
C.  $\{\sqrt{2}\}$                           D.  $\{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$
3. 已知  $\log_a \frac{1}{2}=m, \log_a 3=n$  ( $a>0$  且  $a\neq 1$ ), 则  $a^{m+2n}$  等于 ( )  
A. 3                      B.  $\frac{3}{4}$                       C. 9                      D.  $\frac{9}{2}$
4. 下列指数式与对数式互化不正确的一组是 ( )  
A.  $e^0=1$  与  $\ln 1=0$   
B.  $8^{-\frac{1}{3}}=\frac{1}{2}$  与  $\log_8 \frac{1}{2}=-\frac{1}{3}$   
C.  $\log_3 9=2$  与  $9^{\frac{1}{2}}=3$   
D.  $\log_7 7=1$  与  $7^1=7$
5. “ $a^{\frac{1}{3}}<b^{\frac{1}{3}}$ ”是“ $\ln a<\ln b$ ”的 ( )  
A. 充分不必要条件  
B. 必要不充分条件  
C. 充要条件  
D. 既不充分也不必要条件
6. 已知  $a, b \in (0, 1) \cup (1, +\infty)$ , 定义运算:  $a \Theta b = \begin{cases} \log_a b, & a \leq b, \\ \log_b a, & a > b, \end{cases}$  则  $8 \Theta (2 \Theta 4) =$  ( )  
A. -3                      B.  $\frac{1}{3}$                       C.  $\log_3 4$                       D. 3
7. (多选题) 下列说法正确的是 ( )  
A.  $\lg(\lg 10)=0$   
B.  $\ln(\ln e)=0$   
C. 若  $10=\lg x$ , 则  $x=10$   
D. 若  $e=\ln x$ , 则  $x=e^2$
8. [2025·江西宜春高一期中] 计算:  $(0.25)^{\frac{1}{2}} + (\sqrt[5]{\pi})^0 - 2^{-1} + \log_3 1 + \log_2 4 - \log_2 \frac{1}{2} =$  \_\_\_\_\_.
9. 若集合  $\{x, xy, \lg(xy)\} = \{0, |x|, y\}$ , 则  $\log_8(x^2 + y^2) =$  \_\_\_\_\_.
10. (13分) 求下列各式中  $x$  的值.  
(1)  $\log_{64} x = -\frac{2}{3}$ ; (2)  $\log_x 8 = 6$ ; (3)  $\lg 100 = x$ ;  
(4)  $-\ln e^2 = x$ ; (5)  $\log_{(\sqrt{2}-1)} \frac{1}{\sqrt{3+2\sqrt{2}}} = x$ .



## 4.2.2 对数运算法则

### 基础巩固

- [2026·山东青岛高一期末] 已知  $a = \log_2 3 \times \log_3 4 \times \cdots \times \log_{2024} 2025$ , 则  $a$  的取值范围是 ( )  
 A.  $(0, 1)$                       B.  $(1, 2)$   
 C.  $(10, 11)$                     D.  $(11, 12)$
- $(2\log_4 3 + \log_8 3)(\log_3 2 + \log_9 2) =$  ( )  
 A. 1            B. 2            C. 4            D. 6
- 若  $\lg a, \lg b$  是方程  $5x^2 - 10x + 3 = 0$  的两个实根, 则  $ab =$  ( )  
 A. 2            B.  $\frac{1}{2}$             C. 100            D.  $\sqrt{10}$
- 已知  $\log_2 3 = a, \log_2 7 = b$ , 则  $\log_{42} 56 =$  ( )  
 A.  $\frac{3+b}{a+b}$                       B.  $\frac{3+b}{a+b+1}$   
 C.  $\frac{a+b+1}{3+b}$                       D.  $\frac{a+b}{3+b}$
- 若  $x \log_3 6 = 1$ , 则  $6^x + 6^{-x} =$  ( )  
 A.  $\frac{37}{6}$             B. 6            C.  $\frac{10}{3}$             D. 3
- 设  $x, y$  为非零实数,  $a > 0$  且  $a \neq 1$ , 则下列说法中正确的个数是 ( )  
 ①  $\log_a x^2 = 2\log_a x$ ;  
 ② “ $xy = 1$ ”是“ $\lg x + \lg y = 0$ ”的充要条件;  
 ③  $\log_a a^2 = 2$ .  
 A. 0                                  B. 1  
 C. 2                                  D. 3
- 阿拉伯数字、十进制和对数是数学计算方面的重要发明, 其中对数的发明大大缩短了计算时间, 对估算“天文数字”具有独特的优势. 下列各数中与  $2.5^{2025}$  最接近的是 ( )  
 (参考数据:  $\lg 2 \approx 0.301, \lg 5 \approx 0.699$ )  
 A.  $10^{802}$                       B.  $10^{806}$   
 C.  $10^{810}$                       D.  $10^{814}$
- (多选题) 历史上数学计算方面的三大发明为阿拉伯数字、十进制和对数, 常用对数在化简计算上为人们做出重大贡献, 而自然对数成了研究科学、了解自然的必不可少的工具. 现有如下四个关于对数的运算, 其中正确的是 ( )  
 A.  $\ln e^2 = 2$   
 B.  $\lg 125 = 3 - 3\lg 2$   
 C.  $\log_3 4 \times \log_3 2 = \log_3 8$   
 D.  $\log_2 3 \times \log_3 4 \times \log_4 2 = 1$
- 计算:  $e^{\ln 3} - \log_2 3 \cdot \log_3 4 + 8^{\frac{2}{3}} =$  \_\_\_\_\_.
- (13分) [2025·江苏东海高级中学高一月考]  
 (1) 已知  $10^m = 2, 10^n = 3$ , 求  $10^{\frac{3m-2n}{2}}$  的值;  
 (2) 计算:  $(\lg 2)^2 + \lg 2 \times \lg 50 + \lg 25 + \lg 0.01$ .

班级
姓名
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
9
11
12
13
15

### 综合提升

11. “学如逆水行舟,不进则退;心似平原跑马,易放难收”(明·《增广贤文》)是勉励人们专心学习的.假设初始值为1,如果每天的“进步率”都是1%,那么一年后是 $(1+1\%)^{365} = 1.01^{365}$ ;如果每天的“退步率”都是1%,那么一年后是 $(1-1\%)^{365} = 0.99^{365}$ .一年后“进步者”是“退步者”的 $\frac{1.01^{365}}{0.99^{365}} = \left(\frac{1.01}{0.99}\right)^{365} \approx 1481$ 倍.照此计算,“进步者”是“退步者”的2倍时经过的天数约为(参考数据: $\lg 1.01 \approx 0.00432$ ,  $\lg 0.99 \approx -0.00436$ ,  $\lg 2 \approx 0.30103$ ) ( )
- A. 33                                      B. 35  
C. 37                                      D. 39
12. (多选题)[2026·江苏徐州高一期末]若点 $(a, b)$ 在函数 $y=2^x$ 的图象上,则 ( )
- A. 点 $(-a, b)$ 在函数 $y=\frac{1}{2^x}$ 的图象上  
B. 点 $(b, a)$ 在函数 $y=\log_{\frac{1}{2}}x$ 的图象上  
C. 点 $(\frac{1}{2}a, b)$ 在函数 $y=4^x$ 的图象上  
D. 点 $(\frac{1}{2}b, a)$ 在函数 $y=\log_4x$ 的图象上
13. 已知 $2^x = 3^y = M$ ,且 $\frac{2x+3y}{xy} = 1$ ,则 $M$ 的值为\_\_\_\_\_.
14. (15分)中国茶文化博大精深,茶水的口感与茶叶类型和水的温度有关.把物体放在冷空气中冷却,如果物体原来的温度是 $T_0^\circ\text{C}$ ,空气温度是 $T_c^\circ\text{C}$ ,那么 $t$  min后物体的温度 $T(t)$ (单位: $^\circ\text{C}$ )可由公式 $T(t) = (T_0 - T_c)e^{-kt} + T_c$ 求得,其中 $k$ 是一个随着物体与空气的接触情况而定的常数.现有某种刚泡好的普洱茶,茶水温度是 $90^\circ\text{C}$ ,放在室温 $20^\circ\text{C}$ 的环境中自然冷却,10分钟后茶水的温度是 $55^\circ\text{C}$ .
- (1)求 $k$ 的值.

(2)经验表明,当室温为 $25^\circ\text{C}$ 时,该种普洱茶用 $85^\circ\text{C}$ 的水泡制,自然冷却至 $65^\circ\text{C}$ 时饮用,可以产生最佳口感,那么刚泡好的茶水在室温为 $25^\circ\text{C}$ 时自然冷却大约需要放置多长时间才能达到最佳饮用口感?(结果精确到0.1)

(参考数据: $\ln 2 \approx 0.7, \ln 3 \approx 1.1$ )

### 思维探索

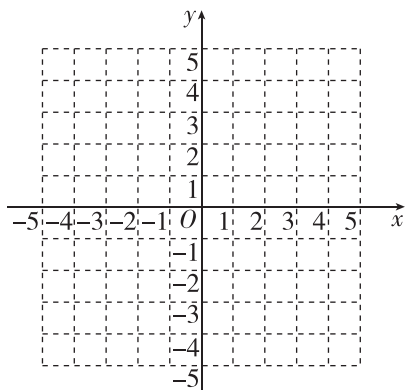
15. [2026·辽宁丹东高一期末]已知 $a^3 = 9, \left(\frac{1}{2}\right)^x = \left(\frac{4}{3}\right)^y = \log_3 a$ ,则 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ 的值为\_\_\_\_\_.
16. (15分)甲、乙两人同时解关于 $x$ 的方程 $\log_3 x - b \log_3 3 + c = 0$ ,甲写错了常数 $b$ ,得两根为3和 $\frac{1}{9}$ ;乙写错了常数 $c$ ,得两根为 $\frac{1}{27}$ 和81.求这个方程的根.

## 4.2.3 对数函数的性质与图象

### 第1课时 对数函数的性质与图象

#### 基础巩固

- 下列函数是对数函数的是 ( )
  - $y = \log_a(2x)$
  - $y = \lg 10^x$
  - $y = \log_a(x^2 + x)$
  - $y = \ln x$
- [2026·浙江绍兴高一期末] 函数  $f(x) = \sqrt{3-x} + \lg(x-1)$  的定义域为 ( )
  - $\{x | x \geq 3\}$
  - $\{x | x < 1\}$
  - $\{x | 1 \leq x \leq 3\}$
  - $\{x | 1 < x \leq 3\}$
- 已知  $f(x)$  为  $\mathbf{R}$  上的增函数, 且  $f(\log_2 x) > f(1)$ , 则  $x$  的取值范围为 ( )
  - $(2, +\infty)$
  - $(0, \frac{1}{2}) \cup (2, +\infty)$
  - $(\frac{1}{2}, 2)$
  - $(0, 1) \cup (2, +\infty)$
- “ $\ln a > \ln b$ ”是“ $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ ”的 ( )
  - 充分不必要条件
  - 必要不充分条件
  - 充要条件
  - 既不充分也不必要条件
- [2026·广东深圳高一期末] 已知函数  $f(x) = \ln x, g(x) = \lg x$ , 若  $f(m) = g(n)$ , 则下列结论不可能成立的是 ( )
  - $m = n$
  - $n < m < 1$
  - $m < 1 < n$
  - $1 < m < n$
- 已知  $f(x) = \log_2 x, x \in [1, 4]$ , 则  $g(x) = [f(x)]^2 + f(x^2)$  的值域是 ( )
  - $(-\infty, -3]$
  - $[0, 3]$
  - $[3, +\infty)$
  - $[-3, 0]$
- (多选题) 下列四个函数的图象中过相同定点的函数有 ( )
  - $y = ax + 2 - a$
  - $y = \log_a x + 2 (a > 0, a \neq 1)$
  - $y = a^{x-3} + 1 (a > 0, a \neq 1)$
  - $y = \log_a(2-x) + 1 (a > 0, a \neq 1)$
- 已知函数  $f(x) = \log_a(2x+1) (a > 0$  且  $a \neq 1)$ , 若  $f(7) - f(2) = 2$ , 则  $a =$  \_\_\_\_\_.
- 已知函数  $f(x) = \log_a x (a > 0$  且  $a \neq 1)$  在区间  $[2, 4]$  上的最大值与最小值的差为 2, 则  $a$  的值是 \_\_\_\_\_.
- (13分) 已知函数  $f(x) = (\frac{1}{2})^{|x|} + b$  的图象无限接近直线  $y = 2$  但又不与该直线相交.
  - 求函数  $f(x)$  的解析式, 并画出图象;
  - 若  $f(\log_m \frac{1}{2}) > f(-1) (m > 0$  且  $m \neq 1)$ , 求实数  $m$  的取值范围.



班级
姓名
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
9
11
12
13
15

### 综合提升

11. 已知  $a = \log_3 6, b = \log_5 10, c = \log_7 14$ , 则 ( )  
 A.  $b < a < c$                       B.  $c < b < a$   
 C.  $a < b < c$                       D.  $a < c < b$
12. (多选题) 已知函数  $f(x) = \log_a x (a > 0, a \neq 1)$  的图象经过点  $(4, 2)$ , 则下列说法中正确的有 ( )  
 A. 函数  $f(x)$  为增函数  
 B. 函数  $f(x)$  为偶函数  
 C. 若  $x > 1$ , 则  $f(x) > 0$   
 D. 若  $0 < x_1 < x_2$ , 则  $\frac{f(x_1) + f(x_2)}{2} < f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)$
13. 已知函数  $f(x) = \ln(tx^2 + 4x + 2)$ , 若对任意实数  $m$ , 总存在实数  $x_0$ , 使得  $f(x_0) = m$ , 则实数  $t$  的取值范围为 \_\_\_\_\_.
14. (15 分) 已知函数  $f(x) = \log_a(x - a) + \log_a(x - 3a)$ , 其中  $a > 0$  且  $a \neq 1$ .  
 (1) 若  $f(1) = 1$ , 求  $a$  的值;  
 (2) 若  $a = 2$ , 求不等式  $f(x) < \log_4 49 - \log_2 \frac{1}{3}$  的解集.

### 思维探索

15. 已知  $\log_3 a = \left(\frac{1}{5}\right)^b = 3^c$ , 则  $a, b, c$  的大小关系不可能为 ( )  
 A.  $b < a < c$                       B.  $b < c < a$   
 C.  $c < b < a$                       D.  $c < a < b$
16. (15 分) [2026 · 石家庄二中高一月考] 已知函数  $f(x) = \log_a x (a > 0, \text{且 } a \neq 1)$ .  
 (1) 若点  $P(16, 2)$  在函数  $f(x)$  的图象上, 求实数  $a$  的值;  
 (2) 已知  $a > 1$ , 函数  $g(x) = f\left(\frac{x}{2}\right)f\left(\frac{x}{8}\right), x \in \left[\frac{1}{2}, 8\right]$ , 若  $g(x)$  的最大值为 8, 求实数  $a$  的值.

## 第2课时 对数函数的图象及其性质的应用

### 基础巩固

1. 若  $0 < a < 1$ , 则函数  $y = \log_a(x+5)$  的图象 ( )
  - A. 不经过第一象限, 但过点  $(-4, 0)$
  - B. 不经过第二象限, 但过点  $(-4, 0)$
  - C. 不经过第三象限, 但过点  $(0, 1)$
  - D. 不经过第四象限, 但过点  $(a-4, 1)$
  
2. 已知函数  $f(x) = \log_2(2-x)$  的值域是  $(0, +\infty)$ , 则  $f(x)$  的定义域为 ( )
  - A.  $(-\infty, 1)$
  - B.  $(-\infty, 2)$
  - C.  $(1, 2)$
  - D.  $(-\infty, 0)$
  
3. [2026·天津红桥区高一期末] 函数  $f(x) = \sqrt{\log_{0.5}(x-1)}$  的定义域为 ( )
  - A.  $(1, 2)$
  - B.  $(1, 2]$
  - C.  $(2, +\infty)$
  - D.  $[2, +\infty)$
  
4. 已知函数  $f(x) = \ln(x^2 - mx - 6)$  在  $(1, +\infty)$  上单调递增, 则  $m$  的取值范围是 ( )
  - A.  $m < -2$
  - B.  $m \leq -5$
  - C.  $m \leq 2$
  - D.  $m > 2$
  
5. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} \log_2 x, & x \geq 1, \\ \frac{1}{1-x}, & x < 1, \end{cases}$  则不等式  $f(x) \leq 1$  的解集为 ( )
  - A.  $(-\infty, 2]$
  - B.  $(-\infty, 0] \cup (1, 2]$
  - C.  $[0, 2]$
  - D.  $(-\infty, 0] \cup [1, 2]$
  
6. 已知函数  $f(x) = |\log_2(x+1)|$ , 若  $f(m) = f(n)$ ,  $m \neq n$ , 则  $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$  等于 ( )
  - A. 1
  - B. -1
  - C. 0
  - D. 2
  
7. (多选题) 已知函数  $f(x) = \log_a|x-1|$  在  $(0, 1)$  上是减函数, 则 ( )
  - A.  $f(x)$  在  $(1, +\infty)$  上单调递增且无最大值
  - B.  $f(x)$  在定义域内是偶函数
  - C.  $f(x)$  的图象关于直线  $x=1$  对称
  - D.  $a$  的值可以为 2022
  
8. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} -x^2 - 2x + 4, & x \leq 1, \\ \log_{\frac{1}{2}}x, & x > 1, \end{cases}$  则  $f[f(2)] = \underline{\hspace{2cm}}$ , 函数  $f(x)$  的单调递减区间是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
  
9. 已知  $f(x) = \lg \frac{1+x}{1-x}$ ,  $x \in (-1, 1)$ , 若  $f(a) = \frac{1}{2}$ , 则  $f(-a) = \underline{\hspace{2cm}}$ .
  
10. (13分) 已知函数  $f(x) = \log_4(ax^2 + 2x + 3)$ .
  - (1) 若  $f(1) = 1$ , 求  $f(x)$  的单调区间;
  - (2) 若  $f(x)$  的最小值为 0, 求  $a$  的值.

班级
姓名
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
9
11
12
13
15

### 综合提升

\*11. [2026·安徽六安二中高一期末] 已知函数

$$f(x) = \log_a \left( \frac{x}{a} + \frac{1}{x} - 1 \right) \quad (a > 1),$$

若对于定义域内任意的  $x_1$ , 总存在  $x_2$ , 使得  $f(x_2) < f(x_1)$ , 则

- 满足条件的实数  $a$  的取值范围是 ( )
- A.  $(2, 6)$                       B.  $[2, 6)$   
 C.  $(4, +\infty)$                   D.  $[4, +\infty)$

12. (多选题)[2026·重庆西南大学附中高一期末]

已知函数  $f(x) = \log_2(\sqrt{x^2+1} - x) + 3$ , 则下列说法正确的是 ( )

- A. 函数  $f(x)$  的图象关于点  $(0, 3)$  对称  
 B.  $f(\ln 2) + f\left(\ln \frac{1}{2}\right) = 6$   
 C. 函数  $f(x)$  在定义域上单调递增  
 D. 若实数  $a, b$  满足  $f(a) + f(b) > 6$ , 则  $a + b < 0$

13. 当  $x \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$  时, 函数  $f(x) = \log_a(-4x^2 + \log_a x)$  的图象恒在  $x$  轴下方, 则实数  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

14. (15分)[2026·陕西安康高一期末] 已知函数  $f(x) = \log_a(16+x) + \log_a(16-x)$  ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ ).

- (1) 判断  $f(x)$  的奇偶性, 并说明理由;  
 (2) 求  $f(x)$  的值域;  
 (3) 当  $a = 3$  时, 如果  $f(3m) < f(m+2)$ , 求  $m$  的取值范围.

### 思维探索

15. 已知函数  $f(x) = \log_a(2-ax)$  ( $a > 0$ , 且  $a \neq 1$ ). 若存在  $x \in [1, 2]$ , 使得  $f(x) \geq 1$  成立, 则实数  $a$  的取值范围是 ( )

- A.  $\left[\frac{2}{3}, 1\right)$                       B.  $\left[\frac{2}{3}, 1\right) \cup (1, 2]$   
 C.  $(1, 2]$                           D.  $\left[\frac{2}{3}, 2\right]$

16. (15分) 设区间  $A$  是函数  $y = f(x)$  定义域内的一个子集, 若存在  $x_0 \in A$ , 使得  $f(x_0) = x_0$  成立, 则称  $x_0$  是  $f(x)$  的一个“不动点”, 也称  $f(x)$  在区间  $A$  上存在不动点. 例如:  $g(x) = 2x - 1$  的“不动点”满足  $g(x_0) = 2x_0 - 1 = x_0$ , 即  $g(x)$  的“不动点”是 1. 设函数  $f(x) = \log_2(4^x + a \cdot 2^{x-1} - 6)$ ,  $x \in [1, 2]$ .

- (1) 若  $a = 4$ , 求函数  $f(x)$  的“不动点”;  
 (2) 若函数  $f(x)$  不存在不动点, 求实数  $a$  的取值范围.

